

Construire l'orbite de Mars comme Johannes J. Kepler en 1609

1. Johannes Kepler

Né le 27 décembre 1571 à Weil, près de Stuttgart (Allemagne) et mort le 15 novembre 1630 à Ratisbonne en Bavière,

En 1600 il rejoint Tycho Brahé à Prague, alors capitale du Saint Empire romain germanique, pour l'assister dans ses travaux.

Les relations entre J. Kepler et T. Brahé sont difficiles tant les deux hommes sont différents. Autant T. Brahé est un hédoniste, autant J. Kepler est austère, autant T. Brahé festoie, vit entouré d'une famille bruyante, autant les conditions de vie de la famille J. Kepler sont difficiles.

Rappelons qu'en 1600 Giordano Bruno est brûlé pour avoir défendu la thèse d'un univers infini formé d'une infinité de mondes.

Le 24 mai 1601 T. Brahé meurt. Il demande, devant sa famille, à J. Kepler de poursuivre son œuvre. J. Kepler est nommé mathématicien impérial en remplacement de T. Brahé, avec un salaire quatre fois moins que celui de T. Brahé.

2. Astronomia nova

En 1909 paraît « Astronomia nova » l'œuvre essentielle de J. Kepler. Ce travail a été commencé dès 1600, année de l'arrivée à Prague.

La détermination de l'orbite de Mars est un élément important de livre :

Les problèmes de l'orbite martienne :

- l'excentricité de l'orbite de Mars pose un réel problème à une époque où les mouvements des planètes sur leur orbite sont des mouvements circulaires uniformes, ou composés de tels mouvements,
- les rétrogradations du mouvement de Mars étaient irrégulières,
- d'après les mesures de T. Brahé l'inclinaison de l'orbite de Mars par rapport à l'écliptique varie.

J. Kepler pensait travailler une semaine sur ce problème, c'est pendant neuf ans qu'il développa sa recherche : difficilement, car T. Brahé fournissait les données au compte goutte et, après sa mort ses héritiers ne firent rien pour favoriser ses recherches.

3. Déterminer l'orbite de Mars

a. Pour déterminer l'orbite de Mars J. Kepler a du abandonner des concepts ancrés depuis Ptolémée :

- la Terre est le centre de l'univers et du système solaire,

- le cercle est la base de tous les mouvements des planètes, c'est la figure géométrique par excellence,
- les mouvements des planètes sont circulaires ou composés de mouvements circulaires.

b. Comment a-t-il déterminé l'orbite de Mars ?

le tracé s'effectue à partir de l'orbite de la Terre en utilisant des mesures bien choisies de Tycho Brahé. Ce sont des couples de mesures séparés de 687 jours (période de révolution de Mars autour du Soleil). À ces deux dates Mars est à la même position par rapport au Soleil mais à des positions différentes par rapport à la Terre.

J. Kepler utilisera 28 observations de T. Brahé pour construire l'orbite de Mars.

Cette construction lui permettra d'énoncer ses deux premières lois :

1^{ère} loi : Les planètes parcourent des orbites planes, elliptiques. Le Soleil occupe l'un des foyers de l'ellipse.

2^e loi : En des durées égales, une planète balaye des aires égales.

4. Construction avec GeoGebra

a. La ligne de saisie

Pour cette activité, les commandes devront être saisies ici

Saisie:

b. Fichier initial

Earth_Mars_orbit_Kepler.ggb

L'orbite de la Terre est déjà construite. Toutes les données apparaissent dans le tableur de GeoGebra.

c. Construction de Earth11

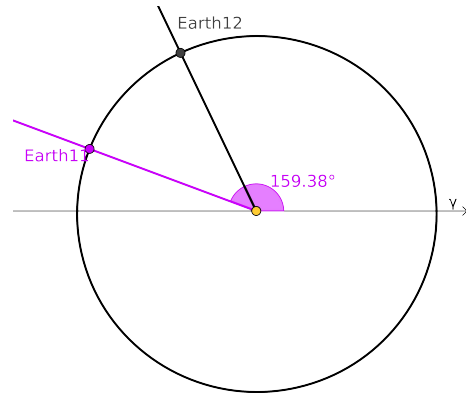
Premier couple de dates séparées de 687 jours

Date 1.1 February 17th, 1585 hLE = 159.38° gLM = 135.2°
 Date 1.2 January 5th, 1587 hLE = 115.35° gLM = 182.13°

(hLE : longitude héliocentrique de la Terre - gLM : longitude géocentrique de

Mars)

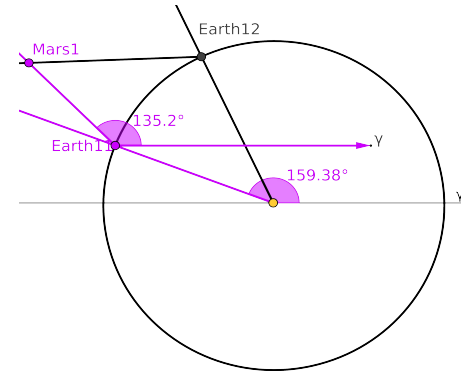
Placer la Terre



objet	en ligne de saisie
demi-droite d'origine S passant par Earth11	se11=Ray[S, (1; 159.38°)]
Earth11	Intersection de se11 et de l'orbite de la Terre
demi-droite d'origine Earth11 passant par Mars1	em11=Ray[Earth11, Vector[S, (1; 135.2°)]]

On construit de même se12, Earth12, em12.

d. Construction de Mars1



On construit enfin Mars1 comme l'intersection des deux demi-droites em11 et em12.

e. Ensuite

On construit de même

Earth21 ; Earth22 ; Mars2
 Earth31 ; Earth32 ; Mars3
 Earth41 ; Earth42 ; Mars4
 Earth51 ; Earth52 ; Mars5

f. Enfin

L'outil « Conique passant par Cinq Points » permet de construire l'orbite de Mars.

Construct the orbit of Mars as Johannes Kepler in 1609

1. Johannes Kepler

Born on December 27th, 1571 in Weil, near Stuttgart (Germany) and died on November 15th, 1630 in Ratisbon in Bavaria.

In 1600, he meets Tycho Brahe to assist him in his work in Prague, capital city of the Roman Empire of Germania at the time.

The relationship between J. Kepler and T. Brahe are tough, given the fact that both men are so different.

On one side, T. Brahe is hedonistic, enjoys parties, and lives surrounded by a noisy family. On the other side, J. Kepler is an austere man, living difficult conditions.

It is important to remind that Giordano Bruno was burnt in 1600 for having supported the idea of an infinite universe, composed of an infinity of worlds.

On May 24th, 1601, T. Brahe dies. He asks J. Kepler, in front of his family, to continue his work. J. Kepler replaces T. Brahe in his task of imperial mathematician, but is paid 4 times less than T. Brahe.

2. Astronomia nova

J. Kepler's key work « Astronomia nova » is published in 1609. He had started working on it since 1600, when he arrived in Prague.

The orbit of Mars is an important point of the book :

The problems of Mars's orbit:

- the eccentricity of the orbit of Mars represents a major issue at that time, because all the movements of planets on their orbit are uniform and circular, or compounds of such movements,
- the retrograde motion of Mars were irregular,
- according to T. Brahe's measurements, the orbit's angle with the ecliptic varies.

J. Kepler initially thought he would need a week of work on this problem, but it turned out 9 years were necessary to develop his research : it was very hard because T. Brahe gave him data little by little, and after his death, his fellow workers didn't do anything to further his work.

3. To determine the orbit of Mars

a. In order to determine the orbit of Mars, J. Kepler had to let go of the concepts established since Ptolémée:

- Earth is the center of the universe and of the solar system,

- the circle is the basic movement of planets, it is the key geometrical pattern,
- the movements of planets are uniform and circular, or compounds of such movements.

b. How did he work out the orbit of Mars?

The layout is given by the orbit of Earth, using measurements chosen by Tycho Brahe. There are pairs of measurements, separated by 687 days (the time that Mars takes to revolve around the Sun). On these two dates, Mars is in the same position compared to the Sun, but in different positions compared to Earth.

J. Kepler used 28 of T. Brahe's observations in order to work out the orbit of Mars.

This finding will enable him to set out his two first laws :

1st law: The orbit of every planet is an ellipse with the Sun at one of the two foci.

2nd law: A line joining a planet and the Sun sweeps out equal areas during equal intervals of time.

4. Construction with GeoGebra

a. The input line

For this activity, orders must be entered here

Input:

b. Starting file

Earth_Mars_orbit_Kepler.ggb

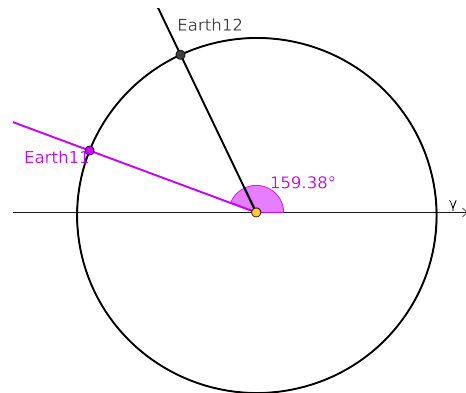
The orbit of Earth is already worked out. All the data appears in the spreadsheet in GeoGebra.

c. Construction of point Earth11

First pair of measurements separated by 687 days

Date 1.1 February 17th, 1585 hLE = 159.38° gLM = 135.2°
 Date 1.2 January 5th, 1587 hLE = 115.35° gLM = 182.13°

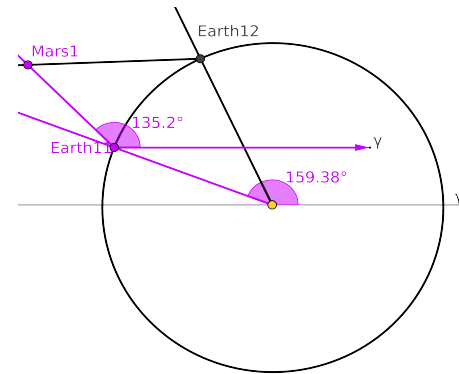
(hLE: heliocentric longitude of the Earth - gLM: geocentric longitude of Mars)



objet	on input line
ray with S as the starting point, through Earth11	se11=Ray[S, (1; 159.38°)]
Earth11	Intersection of se11 with the orbit of Earth
Ray with Earth11 as the starting point, through Mars1	em11=Ray[Earth11, Vector[S, (1; 135.2°)]]

In the same way, construct se12, Earth12, em12.

d. Construction of point Mars1



Finally, construct Mars1, which is the intersection of the two rays : em11 and em12.

e. Then

In the same way, construct
 Earth21 ; Earth22 ; Mars2
 Earth31 ; Earth32 ; Mars3
 Earth41 ; Earth42 ; Mars4
 Earth51 ; Earth52 ; Mars5

f. Finally

The tool "Conic through Five Points" allows to construct the orbit of Mars.